

図5.7 表面から深さ b に埋まった周囲との密度差 $\Delta\rho$ をもつ半径 R の球体の万有引力による加速度

5.6 表面重力異常

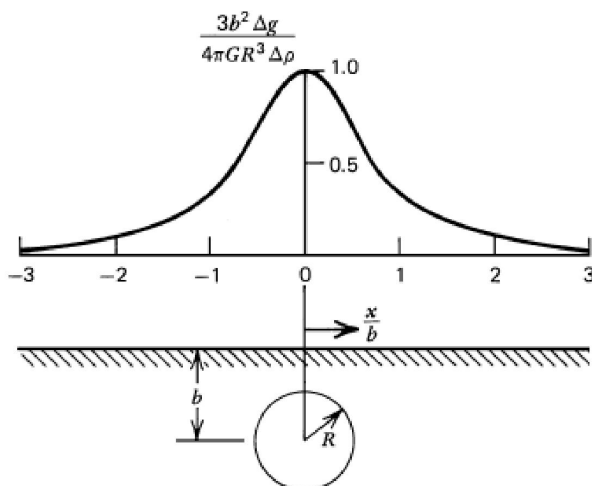
地殻上、地殻内部での質量異常は表面重力異常の一番の原因である。まず周囲と異なる密度を持つ地中の物体によって引き起こされる重力異常について考えてみよう。例として、通常過剰な質量をもつ局在した鉱石の埋蔵物と、しばしば質量の欠損をもたらす火成岩の貫入を含める。任意の形状と密度分布をもつ物体による重力異常は式(5-3)を物体上で積分することによって得られる。しかしながら、一般に非常に単純な形状である場合を除いてその必須の積分は実行不可能であり、通常数値的な手法が必要とされる。

地中の物体の具体的な例として図5-7にみられるように、一様な密度分布異常 $\Delta\rho$ をもつ半径 R の球が地下に埋まっているとしよう。ここで強調されるべきは地中の物体により引き起こされる表面重力異常を決定づける際に効果を持つ密度はその物体と周りの岩石の密度差である。式(5-15)から、球状の質量異常による万有引力加速度はその中心から $r(r>R)$ 離れた位置において

$$g_m = \frac{4\pi GR^3 \Delta\rho}{3r^2} \quad (5.99)$$

もし $\Delta\rho$ が(図5-7のように)正ならばこの加速度はその球の中心方向を向く。地中の物体による万有引力加速度は地球の万有引力加速度と比較して小さいので、表面重力異常 Δg は式(5-16)と(5-17)のように、その物体の地表面における万有引力加速度の垂直成分だけである。図(5-7)から図のように θ が示される場合

$$\Delta g = g_m \cos\theta \quad (5.100)$$



図(5.8) 深さ b に中心を持ち半径 R の球状物体による重力異常(式5-102のとき)

重力異常は下向きを正に観測される。 Δg が観測される地表面上の点と球の中心間の水平距離が x で b が球の中心の深さである場合、その地表面上の点で

$$\cos\theta = \frac{b}{r} = \frac{b}{(x^2+b^2)^{1/2}}, \quad (5.101)$$

式(5-99)と式(5-101)を式(5-100)に代入して以下の式を得る。

$$\Delta g = \frac{4\pi GR^2 \Delta \rho b}{3r^3} = \frac{4\pi GR^2 \Delta \rho}{3} \frac{b}{(x^2+b^2)^{3/2}} \quad (5.102)$$

その結果、重力異常は図の5-8にプロットされている。

ある深さにおける密度異常が引き起こす地表面上での重力異常の具体的な例としてアメリカ湾岸の岩塩ドーム状の重力異常がある。表面重力異常の等値線図が図5-9aである。横断部AAでの測定重力は図5-9bである。測定結果は、式(5-102)において $b = 6\text{km}$
 $\frac{4\pi GR^2 \Delta \rho}{3b^2} = 0.1\text{mm s}^{-2}$ として計算された重力異常の理論値と比較されている。塩が密度 2200kg m^{-3} で堆積物の平均密度が 2400kg m^{-3} であると仮定すると半径は $R=4.0\text{km}$ であることがわかる。この値は同等の球状岩塩ドームとして合理的な半径の値であるように見えるだろう。

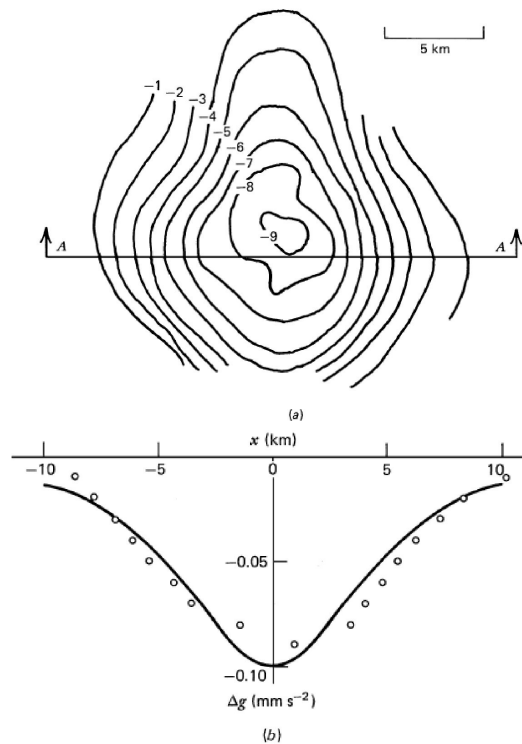


図5.9(a)テキサス州のGalvestonより125マイル南東の大陸棚外縁近くにある岩塩ドーム上での表面重力異常の等値線図(等値線は 0.01mm s^{-2} ごと)
 (b)図(a)におけるAAでの測定結果と式(5-102)に基づく理論値との比較

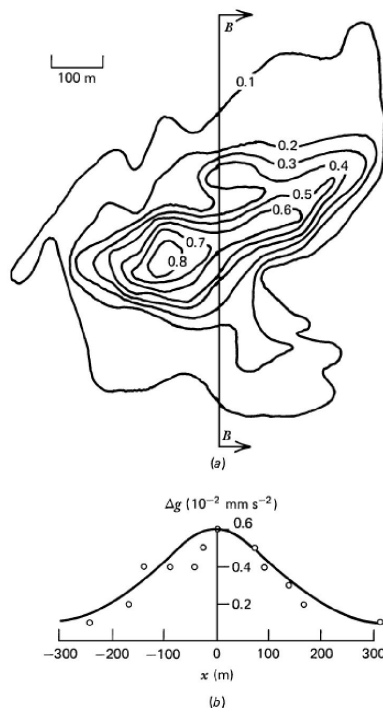


図5.10(a)ピラミッド番号1鉱物体上の表面重力異常の等値線図(等値線は 10^{-2}mm s^{-2} ごと)
 (b)図(a)におけるBB上での重力の測定結果と式(5-102)に基づく理論値との比較

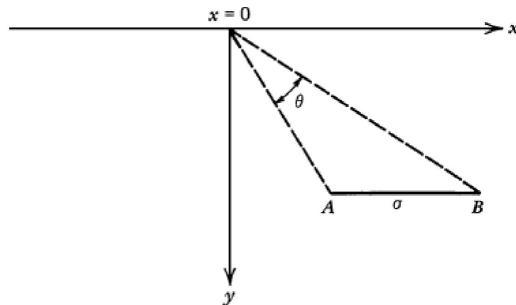


図5.11 過剰な単位面積質量 σ の地中の面AB

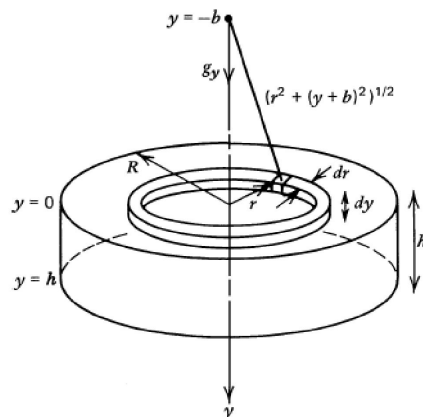


図5.12ある軸上の点における円盤の万有引力を決定するための座標系

5.7 Bouguerの重力公式

前章では異常な密度を持つ地中の物体により引き起こされる地表面での重力異常について考えた。表面重力異常のもう一つの重要な原因に万有引力の地形に関係した質量の効果が

ある。一般的に式(5-3)の直接積分によりこの効果は決定できるが、そのような手順は通常数値的手段を必要とし極めて退屈なものである。ほぼすべての地形はなだらかなスロープ状であるから、地形による万有引力の効果に対して他のなだらかな密度異常と同じようにおおよその説明を引き出すことはできる。

観測者直下の地形による万有引力の効果を求めるために、図5-12に描かれているような深さ h 半径 R の円柱上面から b の高さにいる観測者について考えてみよう。観測者はある円柱の軸状にいとしその円柱の密度 ρ は動径座標 r ではなく垂直座標 y に依存し $\rho = \rho(y)$ であるとする。対称性から垂直の深さ dy と動径の長さ dr の円盤による観測者の位置における総万有引力は円柱の軸に沿って垂直下向きである。式(5-3)によるとそれは

$$dg_y = \frac{(2\pi r dr dy)(\rho)G}{[r^2+(y+b)^2]^2} \left\{ \frac{y+b}{[r^2+(y+b)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (5.107)$$

式(5-107)での種々のファクターは円環の体積 $2\pi r dr dy$ 、観測者と円柱内のある要素との距離の二乗 $r^2 + (y+b)^2$ と、図5-12からみてわかるように中括弧の中身である円柱の構成要素による引力の垂直成分を計算するために必要な $\cos\theta$ である。このようにして円柱の上面から距離 b の軸上での円柱全体の万有引力の垂直成分は以下の式で与えられる。

$$g_y = 2\pi G \int_0^b \int_0^R \frac{(b+y)r\rho(y)dr dy}{[R^2+(b+y)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (5.108)$$

簡単に式(5-108)を r に関して積分し以下の式を得る。

$$g_y = 2\pi G \int_0^b \rho(y) \left(1 - \frac{b+y}{[R^2+(b+y)^2]^{\frac{3}{2}}}\right) dy \quad (5.109)$$

地形が徐々に変化する状況とほかのなだらかな密度勾配に適用できるおおよその結果は式(5-109)に対して $R \rightarrow \infty$ の極限をとることで得られ、

$$g_y = 2\pi G \int_0^b \rho(y) dy \quad \text{となる。} \quad (5.110)$$

これがBouguerの重力公式である。この式がある点での表面重力異常とその点での余剰質量や欠乏質量を関係づける。 $(\int_0^b \rho dy$ は円盤上での単位面積当たりの質量である)この結果は異常な質量の上にいる観測者との距離 b と独立である。式(5-110)は密度が変化する水平スケールが b や h と比べて大きい場合、よい近似である。

Bouguerの重力公式は地形による重力異常を得るのに特に有用である。地形が高さ h で密度 ρ_c のとき、式(5-110)による重力異常の結果は

$$\Delta g = 2\pi\rho_c GH \quad \text{である。} \quad (5.111)$$

この結果は式(5-105)にみる地中の無限平板による重力異常から得る式と同じである。

$\rho_c = 2670 \text{ kg m}^{-3}$ とすると、海拔1kmごとの重力異常 Δg は $\Delta g = 1.12 \text{ mm s}^{-2}$ である。

Bouguerの重力公式を得る際には平面の地形を仮定した。地形補正としてこの公式を用いるのは、地形の波長が地球半径に比べて小さい場合に限って、よい近似である。