

5-8 重力補正

重力は様々な重力計を用いて計測されている。ほとんどすべての計測機器はバネに取り付けられた物体に作用する重力加速度が変化することでバネがずれるという単純な原理に基づいている。重力計を用いると、重力場の $1/10^7$ 、つまり 0.001mms^{-2} の変化を容易に観測することができる。表面重力を計測する際、表面重力異常を得るために様々な補正が行われる。まずは、式(5-73)で与えられる参照重力場 g_0 の影響を差し引く。この減算には緯度補正が含まれる。

標高 h で重力測定を行うとき、高度上昇に伴う重力の変化を説明されるための補正も行われる。これは高度補正として知られている。例えば、式(5-15)を使うと、参照ジオイド面からの高度 h での重力加速度は、参照ジオイド面での値 g_0 を使って

$$g = g_0 \frac{r_0^2}{(r_0+h)^2} \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{r_0}\right) \quad (5-113)$$

と書ける。ここで r_0 は式(5-67)で得られた参照ジオイドの半径方向の位置である。結果として、高度補正 Δh

$$\Delta g_h = 2hg_0/r_0 \quad (5-114)$$

となる。

Δg_h は参照ジオイドより上で計測されれば計測重力に加えられることになる。 $g_0 = 9.78\text{ms}^{-2}$ と $r_0 = 6378\text{km}$ を用いると、高度 1km での高度補正值は 3.07mms^{-2} となる。しばしばこの補正はフリーエア補正と呼ばれる。重力値が緯度と高度について補正すると、フリーエア異常 Δg_{fa} が得られる。

短波長では、フリーエア重力異常は局所的地形に強く影響される。この局所的地形が作る重力を取り除くために、ブーゲー重力公式が用いられる。ブーゲー重力異常は Δg_B は次のようになる。

$$\Delta g_B = \Delta g_{fa} - 2\pi G\rho_c h \quad (5-115)$$

この簡単な補正は正確な地殻密度が分かっている場合や、地形が険しすぎない場合に、地形による影響を取り除くのに効果的である。地殻密度の典型的な値は $\rho_c = 2670\text{kg m}^{-3}$ である。もし観測地点近くに急勾配の地形があれば、加えて地形補正を行わなければならない。

問題 5.20

観測地点での表面重力は 9.803243ms^{-2} 、緯度は北緯 $43^\circ 32' 16''$ で高度 542.3m であるときのフリーエア重力異常とブーゲー重力異常を求めよ。

5.9 長波長地形が作る埋め合わせ効果

ブーゲー重力公式は局所的（短波長）の地形が作る重力の影響を取り除くことには有効ではあるが、大域的（長波長）の地形が作る重力の影響を取り除くことはうまくできない。理由としては3-14節ですでに述べた。山や谷が水平方向に狭い範囲、例えば 10km のような範囲に広がっている場合、弾性リソスフェアはそれを変形することなく支えることができる。したがって、この山谷があったとしても深いところでの密度分布に影響を起ささない。しかし、例えば 1000km のような非常に大きな水平方向の距離スケールに広がる山の荷重だと、そのリソスフェアを下方方向に変形させる。モホ面はたいていリソスフェア内にあるために、同様に下方方向への変形を受ける。地殻岩石はマントル岩石よりも軽いために、大きな水平方向の距離スケールに広がる山が原因で低密度の地底が出来上がる。このような山々が作る地形と

関連する質量は、低密度の地底で"埋め合わせ"される。

ブーゲー重力補正ではこの低密度地底を考慮に入れていないから、山がある範囲ではブーゲー異常が大きく負に偏る。式(3-115)で示したように、長波長での極限で地底が作る負の質量と山そのものの質量が打ち消しあう。式(5-110)のブーゲー重力公式によって、表面重力異常と観測者の地下にある正味の質量の大小が結び付くことになる。アイソスタシー(静力学的均衡)の条件から正味の質量が変化することはないので、山がある領域にわたっての長波長でのフリーエア重力異常はほとんど 0 になることが期待できよう。これには実例がある。

山領域と関係するフリーエア異常とブーゲー異常の例が図 5-14 である。フリーエア異常は短波長の地形と比例関係にあるが、長波長の地形に関連する構造を示してはくれない。ブーゲー補正のおかげで短波長地形の影響を取り除かれ、断面図がなめらかになった。しかし、ブーゲー異常は負になっている。これは長波長地形が作る低密度地底を反映したものなのだ。

次に、リソスフェアが質量を埋め合わせで生じる湾曲することと表面重力異常について定量的に考えてみよう。そうする前に深部で密度が周期的に変化することで引き起こされる表面重力異常を求めよう。こうすることでモホ面の変位による表面重力への効果が分かる。

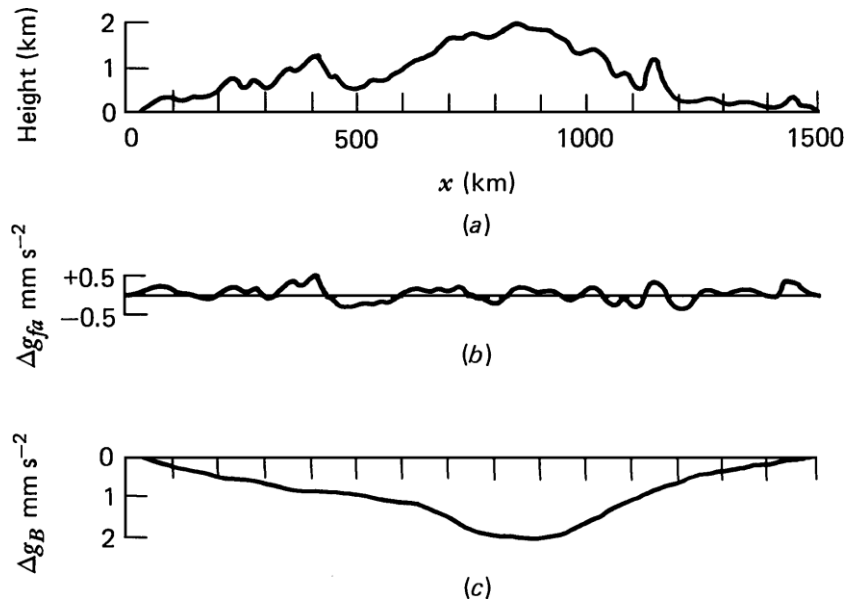


図 5-14 (a) 地形 (b) フリーエア異常 (c) ブーゲー異常

5-10 周期的質量分布が作る地表での重力場

ブーゲー重力公式 (5-7 節) では、異常な質量をもつ地層がそのすぐ上の場所にする重力の鉛直成分が分かる。この近似公式は、異常をもたらす地層と観測者の距離が地層の厚さや地層の水平方向への変化のスケールに対して小さい時でしか有用ではない。この節では、鉛直方向の密度分布スケールと同じぐらいの高さに観測者がいるときの、水平方向の密度変化を持つ地層が作る重力加速度を求めたい。この目的のために、図 5-15 に描かれた状況を考えてみよう。質量は $y=0$ に厚さの無視できる層に集中していると仮定している。層での単位面積当たりの質量 σ は

$$\sigma = \lim_{h \rightarrow 0} \int_0^h \rho(y) dy \quad (5-116)$$

となる。層は z 方向に無限に伸びており、表面密度は x 方向に周期的に変化することにする

$$\sigma = \sigma_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.117)$$

ここで σ_0 は表面密度変化の振幅で、 λ はその波長である。表層のすぐ上 $y = 0_+$ では、層の重力加速度の鉛直成分はブーゲー公式(5.110)によって

$$g_y = 2\pi G \sigma_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.118)$$

で与えられる。 g_y がどのように y に依存しているか調べよう。

ある質量分布が作る重力ポテンシャル V は質量が分布していない領域外ではラプラス方程式を満たす。ここで考えているような二次元の質量分布だと

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (5.119)$$

のように書ける。

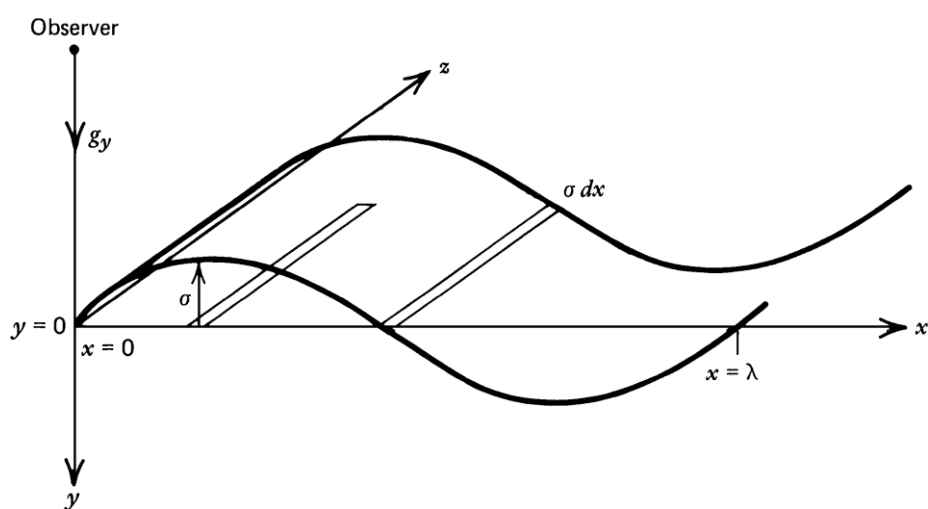


図 5-15 水平方向に密度分布が変化する表面の質量層による重力加速度

重力加速度の鉛直成分はポテンシャルで書くと

$$g_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad (5.120)$$

ここで式(5.119)を y で偏微分し(5.120)を引くと

$$\frac{\partial^2 g_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_y}{\partial y^2} = 0 \quad (5.121)$$

が得られる。

重力加速度の鉛直成分もまたラプラス方程式を満たす。(5.118)で課された境界条件や質量層よりも無限に離れた極限で g_y が 0 になる、つまり、

$$g_y(y \rightarrow -\infty) = 0 \quad (5.122)$$

という条件で微分方程式(5.121)を解けば、 g_y を求めることができる。

すでに 4-12 節において半空間上で周期境界条件下でのラプラス方程式は解いた。方程式(4.58)とまったく同じようにするとこの問題の解は

$$g_y = 2\pi G \sigma_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{\frac{2\pi y}{\lambda}} \quad (5.123)$$

と書くことができる。

重力異常は質量層からの距離(y)に対して指数関数的に減衰する。この減衰のスケールは $\lambda/2\pi$ である。式(5-123)は変則的な質量分布からある距離だけ離れたところで観測された重力異常が分かれば、他の高さでの重力異常も分かる公式になっている。 x の任意の関数は、波長ごとの周期関数の重ね合わせにフーリエ変換できるから、ある高度で観測された任意の $g_y(x)$ は、式(5-123)を $g_y(x)$ の個々のフーリエ要素に適用し、修正された要素を重ね合わせることによって新しい $g_y(x)$ を再構成することで、任意の高度について拡張することができる。

5.11 リソスフェアのたわみによる埋め合わせ

3-14 節で、地形の質量によって生まれた周期的な荷重の下でおこるリソスフェアのたわみについて考えた。解析を簡単にするために周期的な地形を

$$h = h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.124)$$

のような形だと仮定しよう。式(3-110)(3-111)から地形の荷重によりリソスフェアの偏位 w は

$$w = \frac{h_0}{\left[\frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.125)$$

と書ける。ここで ρ_c は地殻密度で、 ρ_m はマントル密度、 D はリソスフェアの曲げ剛性とする。

表面でのフリーエア異常の原因は二つある。一つは地形によるものでありブーゲー重力公式(5-111)から

$$\Delta g_t = 2\pi \rho_c G h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.126)$$

で与えられる。

二つ目の原因はモホ面でのたわみである。モホ面の鉛直方向への偏位はリソスフェアの鉛直方向への偏位と同じになる。なぜならモホ面はリソスフェアに埋め込まれた組成変化と仮定しているからである。

モホ面のたわみによる表面質量密度異常は

$$\begin{aligned} \sigma &= (\rho_c - \rho_m)w \\ &= \frac{-(\rho_m - \rho_c)h_0}{\left[\frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \end{aligned} \quad (5.127)$$

モホ面は平均の深さは b_m である。その結果として、モホ面のたわみが原因での表面重力場の鉛直方向成分は式(5-123)から得られて、

$$\Delta g_m = \frac{-2\pi G (\rho_m - \rho_c) h_0 e^{-2\pi b_m/\lambda}}{\left[\frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.128)$$

表面フリーエア重力異常は式(5-126)と式(5-128)を加えることによって次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta g_B &= \Delta g_t + \Delta g_m \\ &= 2\pi \rho_c G \left[1 - \frac{e^{-\frac{2\pi b_m}{\lambda}}}{\left\{ 1 + \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g(2\pi/\lambda)^2} \right\}} \right] \times h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \end{aligned} \quad (5.129)$$

式(5-115)から表面ブーゲー重力異常は

$$\Delta g_B = -\frac{2\pi\rho_c G e^{-\frac{2\pi b_m}{\lambda}}}{\left\{1 + \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g(2\pi/\lambda)^2}\right\}} h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.130)$$

短波長地形の場合、つまり

$$\lambda \ll 2\pi \left[\frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.131)$$

の場合、フリーエア重力異常は

$$\Delta g_{fa} = 2\pi G \rho_c h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.132)$$

となり、ブーゲー重力異常は

$$\Delta g_B = 0 \quad (5.133)$$

局所地形が作る質量では埋め合わせが起きず、ブーゲー異常は 0 になる。

長波長地形では

$$\lambda \gg 2\pi \left[\frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.134)$$

$$\lambda \gg b_m \quad (5.135)$$

フリーエア重力異常は

$$\Delta g_{fa} = 0 \quad (5.136)$$

ブーゲー重力異常は

$$\Delta g_B = -2\pi\rho_c G h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (5.137)$$

式(3-115)で示したように、表面地形は埋め合わせが起きている。

アイソスタシーの条件、つまり全埋め合わせを仮定すると、円柱でくりぬいた全質量は同じであることが必要となる。これは静力学平衡条件である。リソスフェアの密度分布の観点で見れば、この条件はこう書ける。

$$\int_0^h \Delta\rho(y) dy = 0 \quad (5.138)$$

この積分はブーゲー公式(5-110)の中で表れているから埋め合わせされた地形と関連されるフリーエア重力異常は完全に 0 になる。

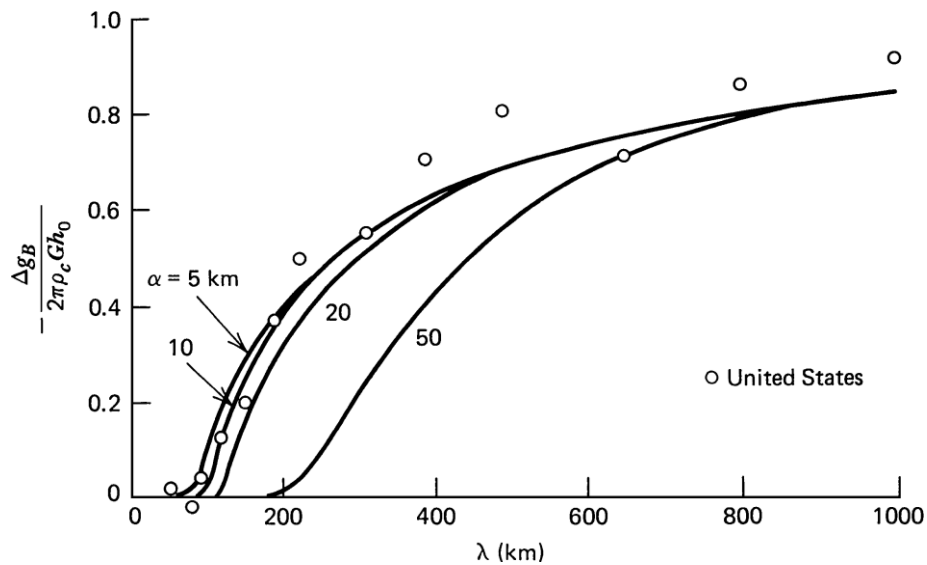


図 5-16 ブーゲー異常とアメリカ合衆国の地形との相関 (式(5-130)との比較)

地形によるブーゲー重力異常補正は図 5-16 中の"アメリカ"のように波長の関数になっている。これで分かるように、100 kmより短い波長の地形では埋め合わせが起きていない。

また、図 5-16 では式(5-130)で与えられる地形に対するブーゲー重力異常の補正式も描かれている。比較するために、 $\rho_m = 3400 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$, $b_m = 30 \text{ km}$, $\alpha = [4D/(\rho_m - \rho_c)g]^{\frac{1}{4}} = 5, 10, 20, 50 \text{ km}$ を取った。データにはかなりのばらつきがあるが、 $\alpha = 20 \text{ km}$ 、つまり $D = 10^{21} \text{ N m}$ あたりで妥当な一致を見せる。 $E = 60 \text{ GPa}$ は $\nu = 0.25$ としたとき、この D の値は式(3-72)から分かるのは、弾性リソスフェアの厚さがおおよそ 6 kmであるということである。アメリカの地形の中で大きな特徴を持っているのは西側であり、この地域の多くで高い熱流と活発な火山活動がある。それゆえ、結果として生まれた弾性リソスフェアの厚さが小さいことは驚くに値しない。

図 5-16 で与えられたようなブーゲー異常 Δg_B と高度 h の比率はしばしばアドミタンスと呼ばれる。この用語は、二つの量の相関が波長の関数として得られるときに使われる。強調しておかなければならないことは、重力と古い地勢のどんな相関も決定的なものだと考えられているということである。とても長い時間スケールで地形は浸食によって削られる。もしリソスフェアが地形に荷重を受けて、その後、地形が浸食を受けた場合、ここで述べた理論によると、それと関連する重力異常も失われる。しかし、リソスフェアの厚さが地形の生まれ失われる時間の間に変化するとしたら、関連する地形が失われてからもモホ面の平衡変位は保存される。結果として"埋められた荷重"が重力異常を引き起こす。アメリカのいくつかの地域でとても平らな地形の範囲で著しい重力異常がある。例えば、3-18 節で述べたようなミシガン盆地の起源が原因と信じられている埋められた荷重は強い表面重力異常をもたらすが、大した表面地形を生み出さないのである。