5.12 アイソスタシー下でのジオイド異常

前の章では、数百 km 以上広がっている地殻と上部マントルが及ぼす質量異常は完全に補正されるということを示した。次に均等になるように補正された場所における地形的な質量過多と釣り合うように質量減少させた影響がどのように地面から深くなるにつれ分布するかを知りたい。重力異常からアイソスタシーが成り立っているということを知ることができるが、地下の密度に依存している情報源としてはベストではない。これは式(5-116)より定義される正味の質量密度 σ はアイソスタシーが成り立つ場所においてはほぼ 0 であるからである。フリーエア重力異常は、ブーゲー式(5-110)より、σ に大体比例しているので均衡地形においては$\Delta g_{fa} \approx 0$となる。ただこのアイソスタシーが成り立つ場所においてΔg_{fa}がほぼ 0 という値を取るといっても分かることは$\int_0^h \Delta\rho dy = 0$ということだけである、すなわち密度分布$\rho(y)$の無限数はこの積分拘束を満たすということである。

この章ではジオイド異常、また地球の等重力ポテンシャル面での摂動がアイソスタシーが補償されている場所で 0 ではないということと、それらが密度分布の双極子モーメントの測定単位となるということを示す。

$$\int_0^h \Delta\rho(y) y dy$$

そのためそれらは深さごとの密度分布とリソスフェアにおける補正の仕組みの新たな情報を与えてくれる。

ジオイドや地形の等重力ポテンシャル面、その他の小さな密度異常を計算するために、ブーゲー重力異常をこれらのような特徴から求めた 5-7 節のような手順を踏む。あの導出の出発点が円柱の上端から距離 b でその円柱の軸上にある点での円柱の重力加速度を決定することであったことを思い出してほしい。(図 5－12 参照)　まず 5-7 節の時と同様円柱にいた観測者と同じ位置での重力ポテンシャルの式の導出から始めよう。図 5-12 から円柱の重力ポテンシャルは体積を持つリングの半径 r と、断面の dr と dz、そして密度$\rho(y)$からなるポテンシャルエネルギーdU の式を積分することで求められる。5-4 節よりこのリング全体は軸$\mathrm{y} = -\mathrm{b}$から等距離にあるため dU は

(5.139)

となることが明らかである。そのため円柱の軸上で上面から距離 b の位置のポテンシャル異常$\Delta\mathrm{U}$について式(5.139)は

(5.140)

のように変形される。R についての積分を行うと

(5.141)

となる。密度異常は水平方向に緩やかに変化しており、R→∞とすることを再び考える。これを行うために、二項定理を用いて式(5-141)の被積分関数のうち R 依存の項を 1/R を作ってから展開する。

(5.142)

よって式(5-141)は

(5.143)

となる。しかし式(5-138)よりアイソスタシーが成り立ってる上では式(5-143)の第一項は 0 となるはずである。よって式(5-143)は

(5.144)

とまとめることができる。浅く、地形の波長が長いアイソスタシー下での密度分布による重力ポテンシャル異常は観測者の位置より下の地面の密度分布による双極子モーメントに比例する。

式(5-71)よりジオポテンシャル異常はジオイド異常と関係している。式(5-71)に式(5-144)を代

入すると

(5.145)

となる。こうして長波長かつアイソスタシー下での密度異常を考慮したジオイド高異常は密度分布による双極子モーメントに正比例する。$\Delta\rho(y)$の双極子モーメントは 0 でなく、密度$\Delta\rho$の積分、つまり正味の質量はアイソスタシー下での密度分布に対して 0 である。そのため観測されたジオイド高異常は密度-深さプロファイルの最も低いオーダーの 0 でないモーメントの直接的尺度となる。海面がジオイド面とほぼ一致するため海洋域から直接測定することができる。正確な海洋域からの等ジオイド高線図は海面の高さを人工衛星高度計で測定し、海流や潮汐など小さなノイズとなる影響を修正し作られている。例としては図 5-17 が挙げられる。図 5-5 で挙げられている衛星から測った世界のジオイド異常図を見ると海面の形が更に短波長である細部まで考慮されているのがわかる。

Problem 5.21　式(5-145)の解が y 座標の原点に依存していないことを示せ。ヒント : 式(5-138)で与えられたアイソスタシーの条件式を用いよ。

5.13　補償モデルと観測ジオイド異常

アイソスタシーの条件となる密度補償を満たしうるにはいくつかの手法がある。そこで 3 つの単純な補償モデルについて話したい。リソスフェア内の補償はこれらのモデルを複雑に結合したものであろうということは明らかである。前述の 2-2 節で地形の重みによるモホ面の沈下による補償について話した。これがよく知られているエアリー補償モデルであり、図 5-18a に示されている。地殻の密度ρ_cとマントルの密度ρ_mは一定であると仮定されている。大陸地殻の標高 0 からの厚さ、すなわち海水面からの厚さを H とし、標高 h であるところには厚さ b の地殻の根を持っている。静水圧平衡の原則より

(5.146)

となることが分かる。もし地形の高さが負である、すなわち水中であるとき、

(5.147)

標高 0 の大陸地殻を基準として用いると、式(5-145)より補償された正の地形の高さにをもちいてジオイド異常を表すと

(5.148)

となり、これには式(5-146)を根の深さ b に代入している。式(5-148)の途中で、海水面からの下向きを正として y 成分を測った。密度ρ_mのマントルの上にある標高 H の地殻を基準面として考えているため、正の方向に高い地形の密度のずれはρ_cであり、地殻の根の密度のずれは$\rho_c - \rho_m$である。

海水面よりも下の地形(h が負である)場合、ジオイド異常は

(5.149)

と表される。$\rho_m = 3300kgm^{-3}$、$\rho_c = 2800kgm^{-3}$、そして$\mathrm{H} = 30km$とし式(5-148)や式(5-149)よりエアリージオイド異常は高度の関数とし図 5-19 と表される。ジオイド異常は正の方向には地形の高度が 1km 増えるにつれ約 5m 増え、負の方向には地形が 1km 低くなるにつれ 2m以上減ると考えられる。

大西洋の北アメリカ大陸縁辺を横切る北緯 40.5° 線で観測されたジオイド異常が図 5-20a に示されている。このジオイド異常は衛星からレーダー高度計を用いて海面の位置を決定することで得られた値である。このエアリーのアイソスタシー説が大陸縁辺で成り立つと仮定し、式(5-149)から推測されるジオイド異常の値を決定しよう。図 5-20a を見て比較するにあたり、$\rho_c = 2800kgm^{-3}$、$\rho_m = 3300kgm^{-3}$、そして$\mathrm{H} = 30km$と仮定した。観測された深浅測量値と一致し

ている密度分布の仮定が図 5-20b に示されている。観測値と理論値でとても良い一致が見られている、しかもジオイド異常の波長が比較的短いのにも関わらずだ。これは大陸縁辺が地殻均衡に近いという証拠である。

Problem 5.22　大陸地殻を上部と下部に分けることにより良い近似を得ることがある。もし下部地殻が一定の厚さb_L、密度ρ_{CL}で、上部地殻が厚さは変化し、密度ρ_{CU}であるとし、アイソスタシーが補償された正の方向に高い地形のジオイド異常を決定せよ。

Problem 5.23　海底上の堆積盆地の層についてを考える。密度ρ_mのマントル物質の変位によってアイソスタシーが成り立っているとする。堆積物の厚さ s が水の深さ d を用いて

(5.150)

となることを示せ。D は堆積物の存在しなかった時の元の海の深さである。また、$\rho_s = 2500kgm^{-3}$、$\rho_m = 3300kgm^{-3}$、そして$D = 5km$とした時、堆積物の深さの最大値は何になるか。

他のアイソスタシー補償モデルは一定の深さ W も保ったまま水平方向に密度が変化していくものを使っている。これはプラット補償と知られており、図 5-18b に示されている。
可変である密度ρ_pは海水面からの標高を用いて、

(5.151)

となる。ρ_0は標高 0 と一致した時の基準密度であり、そして W は補償面の深さと呼ばれている。海水面よりも下の地形(h が負である)場合、ρ_pは

(5.152)

と表される。再び標高 0 の大陸地殻を基準面として取ると、補償された正の地形の高さを用いてジオイド異常を表すと、

(5.153)

となる。ここではρ_pを消すため式(5-151)を用いた。同様に補償された負の地形の深さを用いてジオイド異常は、

(5.154)

となる。ジオイド異常は地形の高さに線形的に依存している。式(5-153)より$\rho_0 = 3100kgm^{-3}$、そして$W = 100km$としたら、正の地形に対してジオイド - 地形 比率(GTR)＝6.6mkm^{-1}であることが式(5-153)から求められる。同様に、$\rho_w = 1000kgm^{-3}$とし、ρ_0や W の値は同じであるとすると、負の地形に対してはGTR＝6.6mkm^{-1}となることが式(5-154)から分かる。プラットモデルのジオイド異常は地形高度の関数として図 5-19 のように示される。

ホットスポット隆起地形とはホットスポット火山(1-6 節参照)に関連している異常に浅い地形の区域である。その二つの例が太平洋にある Hawaiian swell と大西洋にある Bermuda swell である。これらの隆起を横切る観測ジオイド異常の依存関係は異常深度の関数として図 5-21 のように表される。

この異常に浅い地形ができた原因の仮説の一つとして海洋地殻が厚くなったことが挙げられる。海洋地殻の基準の厚さを$H = 6$kmと仮定し、密度を$\rho_c = 2900kgm^{-3}$、$\rho_m = 3300kgm^{-3}$とすると、式(5-149)よりジオイド異常は図 5-21 のように予想できる。しかし明らかに観測ジオイド異常はこれらの地殻が厚くなった仮定より予想される値よりよほど大きい値となっている。

図 5-21 で同様に Hawaiian swell と Bermuda swell を横切る観測ジオイド異常とプラット補償モデルより予想できるジオイド異常を比較する。プラットジオイド異常は式(5-154)より$\rho_0 = 3300kgm^{-3}$とし$W = 75,100,125km$とそれぞれおくことで得られる。離散的なデータの中

では深さ100kmあたりの深さでプラット補償モデルと良く一致していることが見られた。もしプラットモデルを実際に適用できるとすると、Hawaiian swellやBermuda swellの下にあるマントル岩石はおよそ100kmの深さで異常に低い密度をもっているということが結論として分かる。

三つ目のアイソスタシー補償モデルタイプが熱的アイソスタシーである。これは4-23節ですでに議論されており、海洋リソスフェアと関係がある。海洋リソスフェアは海嶺での高温のマントル岩石(温度T_1)から作られている。それが冷却され、表面に熱が動いていくことで厚くなっていく。海洋リソスフェアが冷やされるほどその厚みは増していき、その結果沈下していく。このタイプの沈下のことを熱的アイソスタシーと呼んでいる。

海嶺の頂点を密度分布の基準点としてみなして、熱的アイソスタシーが成り立っている海洋リソスフェアを考慮したジオイド異常は、式(5-145)を用いて

(5.155)

のように表される。式(5-155)の第一項は直接積分でき、第二項は密度と温度の関係式(4-205)を用いて書き直すことができる。そうして計算を進めると

(5.156)

となる。海底の深さwについての式(4-209)とリソスフェア内の温度分布についての式(4-125)を用いると、拡大海嶺上でのジオイド異常に関する次のような単純な式が得られる。

(5.157)

このジオイド異常は海底の年齢の一次関数となっている。$\rho_m = 3300kgm^{-3}$、$\kappa = 1mm^2s^{-1}$ $T_1 - T_0 = 1200K$、$\alpha = 3 \times 10^{-5}K^{-1}$と値をとると、ジオイド異常は$0.16mMyr^{-1}$と一定の割合で減少しているのが分かる。図5-22で大西洋中央海嶺を横切るジオイド異常のうち式(5-157)より計算されるものと観測されたものを比較する。良い一致が得られている。

Problem 5.24　大陸上での平均ジオイド高と海盆上での平均ジオイド高はほぼ等しい。大陸地殻が厚くなったことによる正のジオイド異常は大陸リソスフェアが厚くなったことによる負のジオイド異常によってほぼ打ち消される。この二つの寄与が等しいと仮定し大陸リソスフェアの厚みを決定しなさい。また海洋地殻と大陸地殻の温度プロファイルは共に式(4-124)によって与えられると仮定しなさい。$\rho_m = 3300kgm^{-3}$、$\rho_c = 2800kgm^{-3}$、H = 35km、$y_{LO} = 100km$、$\alpha = 3 \times 10^{-5}K^{-1}$、そして海盆の深さを5.5kmとする。海洋地殻の寄与は無視してよい。

Problem 5.25　Problem4-52(図4-46に示されている)で考えた破砕帯を横切るジオイドオフセットを決定せよ。半無限体冷却モデルを適用できると仮定してもよい。定数の値はProblem4-52で与えられたものを使いなさい。

4-57節でプレート冷却モデルを半無限体冷却モデルの代わりとして紹介した。プレートモデルから推測できるように、thermal isostasy的に補償された沈下している海洋リソスフェアを考慮したジオイド異常は温度分布に関しての式(4-130)を式(5-156)に代入することで得られる。計算できる限り積分を行った後、式(4-211)におけるwを用いて

(5.158)

という式を得られる。$t \gg y_{LO}^2/\kappa$という長い時間スケールにおいてジオイドΔN_eの均衡値は

(5.159)

となる。これが海嶺と海盆でのジオイドの差であると考えられる。y_{LO}＝95kmを定数値として使うと$\Delta N_e = -8.63m$、y_{LO}＝125kmとすると、$\Delta N_e = -14.9m$であるということがわかる。

再び、式(4－211)や式(5－159)を用いて第一項を展開することによりジオイドの均衡値からの偏差を概算すると、

(5.160)

となる。

5.14　地形を一定に保つために必要な力とその時のジオイド

2-2 節で地形の違いを保つためにリソスフェア内部の水平方向の力をリソスフェアによる圧力を厚さ方向で積分することで求めた。この問題は図 2 - 8 に表された。その結果求められた水平圧力成分は式(2－17)となる。ここではこの力の差がある 2 点のジオイド高の差と比例しているということを示したい。

図 5-23 に示されているような大陸地殻とリソスフェアの切断面を考え、補償面までの深さ h までの鉛直方向の密度分布をρ(y)とし基準リソスフェアは一定の密度ρ_mを持つとする。アイソスタシーを満たすための式は

(5.161)

となる。

大陸地殻F_1内部の水平方向の力は補償面までリソスフェアの圧力を積分することで得られ

(5.162)

のようになる。基準リソスフェア内部の水平方向の力F_2は

(5.163)

となる。よってリソスフェアの正味の水平方向の力F_Rは

(5.164)

となる。この式の積分部は次式のような部分積分法を用いて評価することができ、一般的に

(5.165)

と表せる。もし$\mathrm{f(y)} = \int_0^y \rho(y')\,dy'$、$\mathrm{g(y)} = \mathrm{y}$とすると、式(5 - 164)の積分を評価するために式(5 - 165)を用いると、

(5.166)

となる。式(5 - 166)をより単純化するために式(5 - 161)で表されるアイソスタシー条件を用いることができ、

(5.167)

となる。この結果を式(5-164)に代入すると

(5.168)

となることがわかる。

次に領域 1 と 2 での重力ポテンシャルの差を式(5-144)を用いて評価すると、

(5.169)

となる。式(5-168)と式(5-169) を式(5-71)を用いて比較すると、

(5.170)

となる。よってリソスフェアにかかる水平方向の物体力は表面のジオイド異常に比例する。この結果は特定の構造を仮定したうえでのものであったが、一般に式(5-144)が成り立つという同一の状況下ならこの結果は成り立つ。

例えば、プレート冷却モデルが成り立つことを仮定し海洋リソスフェアにかかる海嶺を押し上げる力を決定しよう。海嶺と隣接した海盆との間のジオイドの差は式(5-159)で表せる。これを式(5-170)に代入すると隆起方向の単位長さあたりの海嶺を押し上げる力は

(5-171)

と求められる。定数の値を以前使ったものとし$y_{LO} = 125\mathrm{km}$とするとF_{RP}＝$3.41 \times 10^{12} Nm^{-1}$と

なる。もしこの力が深さ 100km の間で均一に分布しているとすると、求められるリソスフェア内の圧縮応力は 34.1MPa となる。