

### 5.11 リソスフェアの湾曲による相殺

3-14 で、地形の質量が加わることで起こる周期的な荷重の下でのリソスフェアの湾曲について考えた。簡単のため、周期的な地形を以下のように仮定する。

$$h = h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (5.124)$$

式(3-110)(3-111)から地形の荷重によるリソスフェアの偏差  $w$  は以下のように表せる。

$$w = \frac{h_0}{\left[ \frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}, \quad (5.125)$$

ここで  $\rho_m$  は地殻の密度、 $\rho_c$  はマントルの密度、 $D$  はリソスフェアの湾曲剛性とする。

二つの要因が表面でのフリーエア異常にはある。一つ目は地形によるものだ。ブーゲー重力の公式(5-111)から

$$\Delta g_t = 2\pi \rho_c G h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (5.126)$$

で与えられる。

二つ目の要因はモホ面の偏りである。モホ面の鉛直方向への偏りはリソスフェアの鉛直方向への偏りと等しい。なぜならモホ面はリソスフェアに埋め込まれた構成変化と仮定しているからである。モホ面の偏りによる表面の質量密度異常は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma &= (\rho_c - \rho_m)w \\ &= \frac{-(\rho_m - \rho_c)h_0}{\left[ \frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \end{aligned} \quad (5.127)$$

しかし、モホ面は平均して深さ  $b_m$  を覆っている。それによって、モホ面の偏りによる表面引力場の鉛直方向の構成成分は式(5-123)から得られて、以下のようになる。

$$\Delta g_m = -\frac{2\pi G(\rho_m - \rho_c)h_0 e^{-2\pi b_m/\lambda}}{\left[ \frac{\rho_m}{\rho_c} - 1 + \frac{D}{\rho_c g} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (5.128)$$

表面フリーエア重力異常は(5-126)と(5-128)の足し算で得られて、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\Delta g_{fa} &= \Delta g_t + \Delta g_m \\
&= 2\pi\rho_c G \left[ 1 - \frac{e^{-2\pi b_m/\lambda}}{\left\{ 1 + \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right\}} \right] \\
&\quad \times h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}.
\end{aligned} \tag{5.129}$$

(5-115)から表面のブーゲー異常は以下のようにになる。

$$\Delta g_B = \frac{-2\pi\rho_c G e^{-2\pi b_m/\lambda}}{\left[ 1 + \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \right]} h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \tag{5.130}$$

短波長の地形では、

$$\lambda \ll 2\pi \left[ \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \right]^{1/4}, \tag{5.131}$$

である。フリーエア重力異常は

$$\Delta g_{fa} = 2\pi G \rho_c h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}, \tag{5.132}$$

ブーゲー重力異常は

$$\Delta g_B = 0. \tag{5.133}$$

となる。

局所的な地形が作る質量は相殺されず、ブーゲー重力異常は0になる。

長波長の地形では

$$\lambda \gg 2\pi \left[ \frac{D}{(\rho_m - \rho_c)g} \right]^{1/4} \tag{5.134}$$

$$\lambda \gg b_m, \tag{5.135}$$

である。フリーエア重力異常は

$$\Delta g_{fa} = 0, \tag{5.136}$$

ブーゲー重力異常は

$$\Delta g_B = -2\pi\rho_c G h_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \tag{5.137}$$

となる。

(5-115)で示されたように、表面の地形は全体として相殺される。

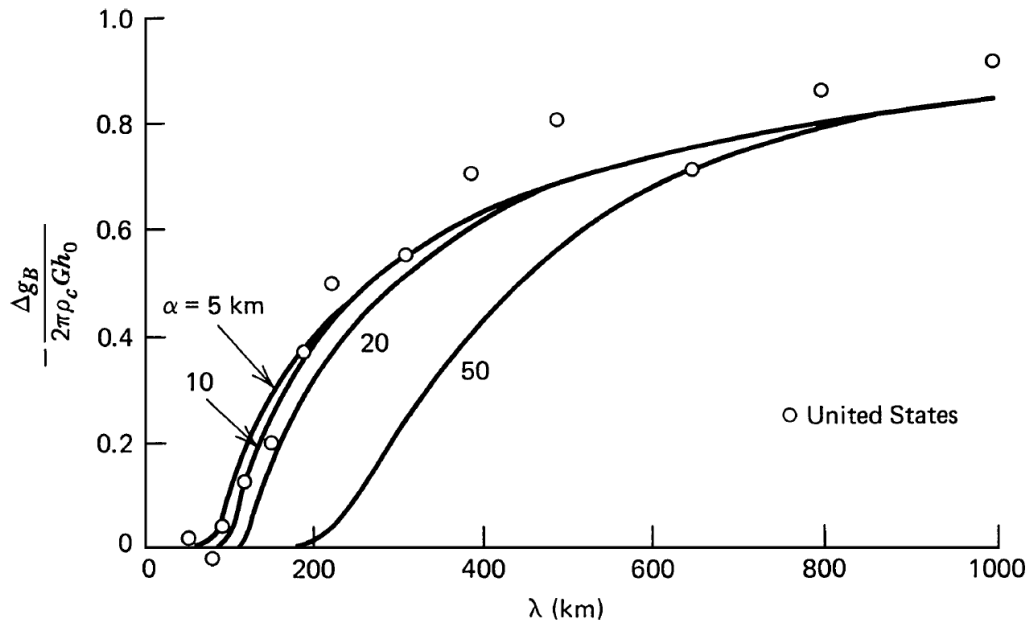


図 5.16 ブーゲー重力異常とアメリカ合衆国の地形(Dorman and Lewis, 1972)との相関。  
(5-130)との比較

アイソスタシーの状態、つまり全相殺は鉛直方向の円柱の全質量は等しくなることを要求する。これは静水圧平衡である。リソスフェアの密度分布の観点からみると、この状態は以下のように表される。

$$\int_0^h \Delta\rho(y)dy = 0. \quad (5.138)$$

これは(5-110)のブーゲー公式に表れる積分なので、相殺された地形によるフリーエア重力異常は完全に0になる。

地形によるブーゲー重力異常補正は図 5.16 においてアメリカ合衆国で波長の関数になっている。だいたい 100 km より短い波長の地形では相殺されないことが見える。図 5.16 では(5-130)で与えられる地形とブーゲー重力異常の補正式も予想されている。比較をするために、 $\rho_m=3400\text{kgm}^{-3}$ 、 $\rho_c=2700\text{kgm}^{-3}$ 、 $b_m=30\text{km}$ 、 $\alpha=[4D/(\rho_m-\rho_c)g]^{1/4}=5,10,20,50\text{km}$  とした。データには相当なばらつきがあるにもかかわらず、適当な一致を  $\alpha \approx 20\text{km}$  つまり  $D \approx 10^{21}\text{Nm}$  で得る。E=60GPa、 $\nu=0.25$  で、D の値は(3-72)から弾性リソスフェアの厚さがおおよそ 6km であることを示す。アメリカ合衆国の中で重大な地形の大部分は西部で、ここでは多くが高い熱流量と活火山がある。そのため、結果として生まれた弾性リソスフェアの厚さが小さいことは驚くべきことではない。

図 5.16 で与えられたようなで与えられたようなブーゲー異常  $\Delta g_B$  と高度  $h$  の比率はしばしばアドミタンスと呼ばれる。アドミタンスは二つの量の間に関連が波長の関数として得られるときに使われる。重力と昔からある地形のどの関連も注意深く考えられるということは強調しなければならない。浸食によってとても長い範囲の時間スケールで地形は取り

除かれる。もしリソスフェアプレートが地形から荷重をうけてその地形が浸食された場合、ここでの理論によると、関連する重力異常も失われる。しかし、リソスフェアの厚さが地形ができて浸食される間に変化するとしたら、関連する地形が無くなってもモホ面からのアイソスタシーによる変位は保存される。結果として、埋まっている相殺が重力異常を引き起こす。アメリカ合衆国のいくつかの地域でとても平坦な地形で重大な重力異常が見られる。例えば、3-18 で述べたようなミシガン盆地に由来すると考えられている埋まっている荷重は強い表面重力異常をもたらすが、重大な表面地形をもたらさない。

## 5.12 アイソスタシーの重力異常

前章で、数百km以上にわたって広がっている地殻と上部マントルによる質量異常は完全に補正されるということを示した。アイソスタシーの考えのもとで補正された地域の地形の質量超過とバランスする質量不足が深さ方向にどのように分布するか知りたい。重力異常からアイソスタシーが地域を補正することがわかるにもかかわらず、重力異常は地中の密度の傾向についての最高の情報源ではない。なぜなら式(5-116)で定義される正味の質量密度 $\sigma$ はアイソスタシーが成り立つところでは完全に0であるからである。フリーエア重力異常は、ブーゲー公式(5-110)より、 $\sigma$ に大体比例しているのでアイソスタシーが相殺する地形においては $\Delta g_{fa} \approx 0$ となる。 $\Delta g_{fa} \approx 0$ ということからわかるのは $\int_0^h \Delta \rho dy = 0$ ということだけで、つまり密度分布 $\rho(y)$ の無限数がこの積分拘束を満たす。

この章ではジオイド異常や地球の等重力ポテンシャル面における摂動がアイソスタシーで補正されている場所で0ではないということと、それらが密度分布の双極子モーメント

$$\int_0^h \Delta \rho(y) y dy.$$

を測るということを示す。そのためそれらは深さ方向の密度分布とリソスフェアにおける補正の仕組の追加情報を与えてくれる。

ジオイドや地形の重力等ポテンシャル面やほかの小さな密度異常を計算するために、5-7節のように考えるが、5-7節ではそのような特徴からブーゲー重力異常の公式を引き出した。その過程の出発点が円柱状の円盤の上面から距離 $b$ で軸上の点での円柱の万有引力加速度を決定することだったことを思い出しなさい(図5-12)。観測点と同じ点での円盤の万有引力ポテンシャルの式の導出から始めましょう。図5-12で円盤の万有引力ポテンシャルは断面が $dr$ と $dy$ のひとままとまりの半径 $r$ の輪っかと密度 $\rho(y)$ からなるポテンシャルの式 $dU$ を体積 $V$ で積分するとわかる。5-4節の議論から $dU$ が以下のように表されることは明確である。

$$dU = - \frac{G2\pi r \Delta \rho(y) dr dy}{[r^2 + (y + b)^2]^{1/2}} \quad (5.139)$$

なぜならこのリングは $y=-b$ の軸上の点から等距離であるため。このため、円柱の軸上で円盤の上面から距離 $b$ の位置のポテンシャル異常 $\Delta U$ の式(5.139)は以下のように得られる。

$$\Delta U = -2\pi G \int_0^h \int_0^R \frac{r \Delta \rho(y) dr dy}{[r^2 + (b + y)^2]^{1/2}}. \quad (5.140)$$

$R$ で積分すると以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta U = & -2\pi G \int_0^h \Delta \rho(y) \{ [R^2 + (b + y)^2]^{1/2} \\ & - (b + y) \} dy. \end{aligned} \quad (5.141)$$

密度異常は水平方向にゆっくりと変化していることと $R \rightarrow \infty$ とすることをもう一度仮定する。これをするために、二項定理を使って $1/R$ の級数で式(5-141)の積分の中の $R$ 依存の項を展開する。

$$\begin{aligned} [R^2 + (b+y)^2]^{1/2} &= R \left( 1 + \frac{(b+y)^2}{R^2} \right)^{1/2} \\ &\approx R \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{b+y}{R} \right)^2 + \dots \right). \end{aligned} \quad (5.142)$$

(5-141)は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta U &= -2\pi G \left\{ R \int_0^h \Delta\rho(y) dy \right. \\ &\quad \left. - \int_0^h (y+b)\Delta\rho(y) dy + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (5.143)$$

しかし、式(5-138)からアイソスタシーの条件は(5-143)の最初の積分が0になることを要求する。よって(5-143)は以下のように減らせる。

$$\Delta U = 2\pi G \int_0^h y \Delta\rho(y) dy. \quad (5.144)$$

浅くて長波長のアイソスタシーでの密度分布によっておこる万有引力ポテンシャル異常は観測点の真下の密度分布双極子モーメントに比例する。

式(5-71)でジオポテンシャル異常はジオイド異常と関係していた。式(5-71)に式(5-144)を代入すると以下のようになる。

$$\Delta N = -\frac{2\pi G}{g} \int_0^h y \Delta\rho(y) dy. \quad (5.145)$$

長波長でアイソスタシーでの密度異常を加えたジオイド高異常は密度分布双極子モーメントに比例する。 $\Delta\rho(y)$ の双極子モーメントは0ではなくて、密度の最初のモーメントつまり正味の質量はアイソスタシー密度分布では0になる。そのため観測されたジオイド高異常は密度-高さプロファイルの最小のオーダーの0でないモーメントを直接測ることになる。ジオイド異常は海域から直接測れる。なぜなら海面をほとんどジオイドとしているからだ。海域から精密なジオイド等高線地図は海面の高さを常に衛星観測して潮流や潮汐などの誤差を修正して完成される。図5.17はその例だ。図5.5の衛星観測による世界のジオイド異常図と比べると、海面地形の測定がより短波長の詳細を与えていることがわかる。